

2016 年更生日報盃數學大賽(第 12 屆) 高職三年級試題
(單選題共 25 題，每題 4 分，共計 100 分，答錯不倒扣)

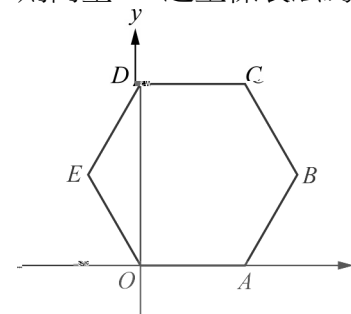
※ 答案卡必須使用 2B 鉛筆畫記。

- 設 $f(x)$ 為四次的多項式，若 $f(1)=f(2)=f(3)=5, f(4)=11, f(5)=77$ ，則 $f(0)=$ (A) 0 (B) -6 (C) 5 (D) 36 (E) 47
- $\angle A$ 為銳角，且 $\tan^2 A - 3 \tan A - 4 = 0$ ，則 $\sin A =$
(A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) $\frac{4}{\sqrt{17}}$ (C) 無解 (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{\sqrt{17}}$
- 設 $\sin \theta = \frac{4}{5}$ ，且 θ 為第二象限角，下列各值何者正確？
(A) $\cos \theta = -\frac{4}{5}$ (B) $\tan(\pi - \theta) = \frac{3}{4}$ (C) $\sec(\pi + \theta) = \frac{5}{3}$
(D) $\cot(\pi + \theta) = -\frac{4}{3}$ (E) $\csc(\pi - \theta) = -\frac{5}{4}$
- 求 $\cos 240^\circ \sin 150^\circ + \cos 315^\circ \sin 225^\circ$ 的值 =
(A) $-\frac{1}{4}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{3}{4}$ (D) 0 (E) 1
- 二直線 $L_1: 2x + (a+3)y = 7$ ， $L_2: (a+3)x + 4(a+1)y = 5$ ，若 $a \neq -3$ ， L_1 與 L_2 垂直時， $a = ?$ (A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) -2 (D) $-\frac{3}{2}$ (E) -4
- 已知直線 $L_1: 3x + y - 8 = 0$ ， $L_2: 3x - y + 2 = 0$ ， $L_3: y - 2 = 0$ 圍成 $\triangle ABC$ ，且 L_1 ， L_2 的交點為 A ，則 $\overline{BC}$ 高的直線方程式為 (A) $x - 3y + 6 = 0$ (B) $x + y = 0$
(C) $x + y - 1 = 0$ (D) $x - 1 = 0$ (E) $2x - y + 3 = 0$

- $\vec{a} = (6, 6)$ ， $\vec{b} = (5, 7)$ ， $\vec{c} = (2, 4)$ ，則下列選項何者代表兩向量平行？
(A) $\vec{a} - \vec{c}$ 與 $\vec{b}$ (B) $\vec{b} + \vec{c}$ 與 $\vec{a}$ (C) $\vec{a} + \vec{b}$ 與 $\vec{c}$
(D) $\vec{b} - \vec{c}$ 與 $\vec{a}$ (E) 以上皆非

- 已知 $\triangle ABC$ 及平面上一點 P ，若 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{AB}$ ，則
(A) P 在 $\triangle ABC$ 內部 (B) P 在 $\triangle ABC$ 外部 (C) P 在直線 AB 上
(D) P 在 $\overline{AC}$ 上 (E) 以上皆非

- 如附圖， $OABCDE$ 為坐標平面上一正六邊形，其中 O 為原點， A 點坐標為 $(2, 0)$ ，則向量 $\overrightarrow{DE}$ 之坐標表法為



- (A) $(1, \sqrt{3})$ (B) $(-1, -\sqrt{3})$ (C) $(\sqrt{3}, 1)$ (D) $(-\sqrt{3}, -1)$
(E) $(-1, \sqrt{3})$

- $\begin{cases} (m-1)x + 2y = -3 \\ 3x - (n+1)y = 6 \end{cases}$ 有無限多組解，則數對 $(m, n) =$
(A) $(3, -\frac{1}{2})$ (B) $(-\frac{1}{2}, 3)$ (C) $(\frac{1}{2}, 3)$ (D) $(\frac{1}{2}, -3)$ (E) $(-\frac{1}{2}, -3)$

- $\log_{10} x + a \log_x 10 = b$ ，甲看錯 a ，解得兩根為 100, 100，乙看錯 b ，解得兩根為 100 及 $\sqrt{1000}$ ，若正確之解為 α, β 且 $\alpha > \beta$ ， $\frac{\alpha}{\beta} = ?$
(A) 100 (B) $\sqrt{1000}$ (C) 200 (D) 150 (E) 以上皆非

12. 多項式 $f(x) = x^5 - 7x^4 - 58x^3 + 16x^2 - 460x - 250$ ，則 $f(12) =$
(A) -135 (B) -102 (C) -10 (D) 3 (E) 13

13. 設 $A(-2, 1)$ ， $B(5, 4)$ ，點 P 在線段 AB 上且 $\overline{AP} : \overline{PB} = 3 : 2$ ，則點 P 的坐標為
(A) $(2, 3)$ (B) $(\frac{11}{5}, \frac{14}{5})$ (C) $(\frac{12}{5}, \frac{13}{5})$ (D) $(\frac{7}{3}, \frac{10}{3})$
(E) $(\frac{5}{3}, \frac{8}{3})$

14. 下列哪一個數最小？
(A) $\frac{400}{511}$ (B) $\frac{622}{733}$ (C) $\frac{806}{917}$ (D) $\frac{889}{1000}$ (E) $\frac{1123}{1234}$

15. 設某沙漠地區某一段時間的溫度函數為 $f(t) = -t^2 + 10t + 11$ ，其中 $1 \leq t \leq 10$ ，則這段時間內該地區的最大溫差為
(A) 9 (B) 16 (C) 20 (D) 25 (E) 36

16. 在職棒比賽中 ERA 值是了解一個投手表現的重要統計數值。其計算方式如下：若此投手共主投 n 局，其總責任失分為 E ，則其 ERA 值為 $\frac{E}{n} \times 9$ 。有一位投手在之前的比賽中共主投了 90 局，且這 90 局中他的 ERA 值為 3.2 。在最新的一場比賽中此投手主投 6 局無責任失分，則打完這一場比賽後，此投手的 ERA 值成為
(A) 2.9 (B) 3.0 (C) 3.1 (D) 3.2 (E) 3.3

17. 投擲一骰子四回，出現的點數依次為 a, b, c, d ，若在直角坐標平面上有兩點 $P(a, b)$ ， $Q(c, d)$ ，若 P, Q 兩點的距離為 0 的機率為
(A) $\frac{1}{36}$ (B) $\frac{5}{54}$ (C) $\frac{65}{81}$ (D) $\frac{85}{162}$ (E) $\frac{25}{324}$

18. 從 1 至 1000 的自然數中，數字裡有 2 且有 5 的數（例： 525 算一個）有
(A) 50 (B) 51 (C) 52 (D) 53 (E) 54 個

19. 有 n 個數值，其算術平均數為 5 ，若再加上一數“ 14 ”，則算術平均數變為 6 ，則 $n =$ (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

20. 若將 $1, 2, 3, 4, 5, 6$ 六個數字全取排成六位數，下列何者不正確？
(A) 4 的倍數有 192 個
(B) 6 的倍數有 360 個
(C) 大於 600000 的六位數有 120 個
(D) 小於 600000 的六位數有 610 個
(E) 若所有六位數的總和為 $m \times (10^6 - 1)$ ，則 $m = 280$

21. 若 a, b, c 成等比數列，則二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形與 x 軸的交點數為：
(A) 0 個 (B) 1 個 (C) 2 個 (D) 3 個 (E) 無法確定

22. λ 為實數，方程式 $x^2 + 2\lambda x + 4\lambda - 3 = 0$ 有兩實根的條件為
(A) $\lambda \geq 2$ (B) $\lambda \geq 1$ (C) $\lambda \geq 0$ (D) $\lambda \geq -1$ (E) 以上皆非

23. $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^n = 2047$ ，則 $n =$
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

24. 甲、乙、丙三人一起猜拳（剪刀、石頭、布）時，只有甲得勝之機率為
(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{9}$ (C) $\frac{1}{9}$ (D) $\frac{1}{27}$ (E) $\frac{2}{27}$

25. 若點 $(a+1, a)$ 為不等式組 $\begin{cases} 6x - 7y + 12 > 0 \\ 2x - y - 4 < 0 \\ 2x + 3y + 4 > 0 \end{cases}$ 所表示區域內的點，則 a 之範圍為何？
(A) $a > -1$ (B) $0 < a < 4$ (C) $-\frac{6}{5} < a < 2$ (D) $-2 < a < 1$ (E) $a > 2$

～ 本試題結束 ～